ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 SEPTEMBRE 1943.

PRÉSIDENCE DE M. G. BERTRAND.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice nécrologique sur GIUSEPPE SANARELLI,

par M. **HYACINTHE VINCENT.**

GIUSEPPE SANARELLI a été élu Correspondant de l'Académie des Sciences le 2 juillet 1934. Né à Monte-San-Savino (Italie) le 24 septembre 1865, il est mort le 6 avril 1940. Sa vie scientifique a été consacrée aux recherches de laboratoire, particulièrement dans le domaine de la Bactériologie et de l'Hygiène, et nombre de ses travaux sont du premier ordre. Il a débuté dans sa carrière avec C. Golgi; il a collaboré ensuite avec Pettenkoffer. Il a été, pendant plusieurs années, l'un des disciples et l'un des travailleurs les plus assidus de l'Institut Pasteur, dans le laboratoire de Metchnikoff.

En 1892, il faisait connaître le caractère semi-perméable des membranes de collodion, leur utilisation en vue de l'ultrafiltration, enfin et surtout leur emploi devenu usuel pour la culture *in vivo* des bactéries en sacs de collodion, méthode féconde par ses résultats.

Il a découvert le parasite d'une maladie contagieuse du chien, un ultravirus myxomatogène qui a été dénommé *Sanarellia cuniculi* par A. Lipschutz. Il a montré que la fièvre typhoïde est en réalité une infection hématogène à tropisme intestinal.

Dans ses études expérimentales sur le choléra, il signale que le bacille pénètre, chez l'homme, surtout par la voie buccale et spécialement par les tonsilles : le bacille gagne ensuite la circulation sanguine et se fixe dans l'intestin par entérotropisme électif. Sanarelli a reproduit expérimentalement le choléra chez les animaux.

Il a réussi à cultiver certains spirochètes de l'intestin et a fait connaître qu'il existe soixante manifestations morbides de *Heliconema Vincenti*, en symbiose avec *Bacillus fusiformis*.

On doit à G. Sanarelli de nombreuses études sur l'infection tuberculeuse, sur son hérédo-immunité qu'il oppose à l'hérédo-prédisposition, sur l'évolution sociale de cette maladie dans le milieu humain.

Ses belles recherches sur l'allergie hémorragique l'ont conduit à la découverte du phénomène expérimental *dit* de Sanarelli dont la valeur a été confirmée dans tous les laboratoires.

Giuseppe Sanarelli a été Professeur d'Hygiène, Directeur de l'Institut d'Hygiène à l'Université de Rome, ancien Recteur de cette Université. Il dirigeait deux périodiques importants : *Annali d'Igiene* et *Rivista di Malariologia*. Il a été nommé Sénateur du Royaume d'Italie en 1920. Sanarelli est un des savants qui honorent le plus son pays. Disciple de Pasteur, il est demeuré, jusqu'à sa mort, un fervent ami du nôtre, et nous adressons à la mémoire de ce savant si éminent un souvenir ému.

MÉCANIQUE. — *Remarques sur les vitesses critiques et la stabilité séculaire des systèmes gyroscopiques.* Note [1] de M. **Émile Jouguet** † [1].

I. *Généralités.* — Soit un système matériel défini par n variables q et par un angle r, celui-ci ne figurant pas dans le potentiel, n'entrant dans la force vive que par sa dérivée r', et tel que, s'il varie de 2π, les q restant constants, on définisse la même position du système (variables que nous dirons *régulières*). Dans une Note [2], dont nous suivons ici les notations, nous avons présenté quelques remarques sur les vitesses critiques et la stabilité séculaire de ces systèmes. On peut compléter ces remarques en faisant les hypothèses classiques des petits mouvements. Nous admettrons donc, pour étudier les mouvements $q = a + \varepsilon$, $r' = \omega + \zeta$, $x = \xi$ autour d'un régime (R), a, ζ, ξ, que la fonction $J + V$ des ε, qui est stationnaire pour le régime (R), a pour différentielle seconde une forme quadratique décomposable en autant de carrés indépendants qu'il y a de variables q.

Un changement de variables linéaires portant sur les ε à l'exclusion des r ne change rien au caractère de stabilité ou d'instabilité. On peut le faire de manière à donner aux équations différentielles linéaires dont dépendent les ε la forme

$$(1)\qquad \varepsilon_i'' + \Sigma b_{ij}\varepsilon_j' + h_i\varepsilon_i = 0 \qquad \text{avec } b_{ii} = 0,\ b_{ij} = -b_{ji}.$$

Les h et les b dépendent du régime (R), caractérisé lui-même par la vitesse angulaire ω. L'équation caractéristique du système (1) est paire et son dernier terme est $h_1 \ldots h_n$. S'il y a stabilité, ses racines sont de la forme $\pm i\mathrm{F}(\omega)$, et $\mathrm{F}(\omega)$ est une pulsation des petits mouvements. Il y aura résonance avec une force perturbatrice ayant la période de la rotation ou avec quelqu'un de ses harmoniques si

$$(2)\qquad \mathrm{F}(\omega) = p\omega \qquad (p \text{ entier}).$$

---

(1) Séance du 30 septembre 1943.

(2) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 649.

(2) donne les vitesses critiques de résonance des divers ordres. Les vitesses critiques d'indétermination sont aussi données par (2), mais en faisant $p = 0$.

Il y a stabilité séculaire quand tous les h sont positifs. Les valeurs de ω pour lesquelles la stabilité séculaire disparaît rendent quelqu'un des h infini ou nul et sont ainsi des vitesses critiques d'impossibilité ou d'indétermination. D'une manière générale, un régime critique d'indétermination, qu'il soit marqué ou non par un changement dans la stabilité, se présente lui-même comme stable ou instable. Il est remarquable qu'un tel régime puisse parfois être instable, même s'il sépare un domaine de stabilité séculaire d'un domaine de stabilité ordinaire, ou stable, même s'il sépare deux domaines d'instabilité.

Faisons maintenant le changement de variables suivant, portant à la fois sur les ε et sur r,

$$(3) \qquad \chi_i = \varepsilon_1 f_{1i}(r) + \ldots + \varepsilon_n f_{ni}(r), \qquad \rho = r + \varepsilon_1 g_1(r) + \ldots \varepsilon_n g_n(r),$$

les f, g étant périodiques en r, de période 2π, et développables en séries de Fourier. Si (R) est stable, les ε sont des sommes de sinus et de cosinus de l'argument $F(\omega)t$ affecté de coefficients petits, et l'on peut écrire, en négligeant le second ordre, $r = \omega t$. Les χ sont donc des sommes limitées ou illimitées de termes en $\sin[F(\omega) \pm m\omega]t$ et $\cos[F(\omega) \pm m\omega]t$. Les variables χ et ρ ne sont pas forcément régulières, au sens fixé plus haut; si elles le sont, les χ sont des sommes limitées, m ne prenant qu'un nombre limité de valeurs.

Ce nouveau mode de repérage conduit à envisager les vitesses critiques données par $F(\omega) \pm m\omega = p\omega$. Mais cette équation coïncide avec (2). Si donc on ne se borne pas aux résonances du premier ordre, le changement de variables (3) ne change pas les vitesses critiques, mais il change l'ordre des résonances, comme il peut changer le mode de stabilité.

Considérons en particulier les petits mouvements au voisinage d'un régime (R) correspondant à une vitesse critique d'indétermination. Une des pulsations des ε est nulle. Le changement de variables $\chi_i = \varepsilon_i \cos r$, $\rho = r$ met en évidence pour les χ une pulsation ω et la vitesse ω est vitesse de résonance pour les χ. Les vitesses critiques d'indétermination ne sont donc pas distinctes des vitesses critiques de résonance. On peut les appeler vitesses critiques de résonance d'ordre zéro.

En faisant varier p dans (2), on trouve tout un cortège de vitesses critiques, correspondant toutes à la même élasticité du système, caractérisée par le potentiel V. S'il s'agit d'un arbre à la flexion, il ne faut pas les confondre avec les vitesses critiques successives, caractérisées chacune par une déformation différente de l'arbre, donc par une élasticité différente. Dans l'étude schématique des arbres à la flexion faite au moyen du problème simplifié du paragraphe III ci-après, on obtient les vitesses critiques successives en changeant la force de rappel du disque. A chacune correspond un cortège de vitesses critiques associées qui sont celles que nous envisageons ici et qui produisent des pertur-

bations secondaires. Rappelons aussi que, comme nous l'avons montré dans notre Note antérieure, des perturbations secondaires peuvent encore résulter, pour les systèmes séculairement stables, de la suppression ou même de la simple paralysie par une forte viscosité d'un degré de liberté, circonstance qui peut modifier une vitesse critique.

Pour trouver, dans tout ce cortège de vitesses critiques associées, celles qui sont intéressantes, il faut rechercher quelle est la pulsation des forces perturbatrices appelées à se rencontrer. Il peut arriver d'ailleurs qu'une force perturbatrice d'une certaine pulsation n'éveille pas la résonance correspondante si elle a une certaine forme.

II. *Gyroscope.* — Soit, à titre d'exemple, le gyroscope dormant avec centre de gravité au-dessous du point de suspension, étudié dans les conditions de notre Note antérieure [3]; avec le premier mode de repérage de cette Note, la stabilité est toujours séculaire. Le cortège des vitesses critiques est le suivant : il comprend naturellement la vitesse critique signalée par Gibrat [4].

Ordre de résonance.	0.	1.	2.	3.
ω....	Néant	$\sqrt{\frac{Mgl}{E-I}}$ et $\sqrt{\frac{Mgl}{E+I}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{2(2E-I)}}$ et $\sqrt{\frac{Mgl}{2(2E+I)}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{3(3E-I)}}$ et $\sqrt{\frac{Mgl}{3(3E+I)}}$

Avec le second mode de repérage de la Note, la stabilité est séculaire ou ordinaire, suivant que ω est inférieur ou supérieur à $\sqrt{Mgl/E-I}$. Le cortège des vitesses critiques comprend les mêmes valeurs que ci-dessus, mais classées autrement. C'est

Ordre de résonance.	0.	1.	2.	3.
ω....	$\sqrt{\frac{Mgl}{E-I}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{2(2E-I)}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{E+I}}$ et $\sqrt{\frac{Mgl}{3(3E-I)}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{2(2E+I)}}$ et $\sqrt{\frac{Mgl}{4(4E-I)}}$

Appliquons une force perturbatrice dont le moment, par rapport au point de suspension, soit Γ, situé dans le plan $y_2 z_2$. Ce plan, en régime, coïncide avec $X_2 Y_2$, et nous calculerons approximativement les couples perturbateurs en nous plaçant dans le régime.

Supposons d'abord Γ fixe en direction dans l'espace absolu. Il est facile de démontrer les résultats suivants. Si Γ est constant, aucune résonance n'est excitée. Si Γ est de la forme $\gamma \cos \omega t$, il excite la résonance d'ordre o et la résonance d'ordre 2; mais cette dernière n'est excitée que pour $\omega = \sqrt{Mgl/E+I}$ et non pour $\omega = \sqrt{Mgl/3(3E-I)}$.

Supposons au contraire Γ fixe en direction par rapport au rotor. Si Γ est

[3] Il convient, pour être mieux d'accord avec la définition classique des angles d'Euler, de changer le sens des axes OY_1, oz_1, OZ_2, ox_2, correction facile.

[4] *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 218.

constant, on excite la résonance d'ordre 0; s'il est de la forme $\gamma \cos \omega t$, on excite la résonance d'ordre 1.

III. *Rotor de turbine.* — Soit le problème du rotor de turbine étudié comme dans notre Note précitée. Il comporte une vitesse critique d'impossibilité $\omega = \Omega$. Pour le cortège des autres vitesses critiques, nous le calculerons en conservant dans les formules les premières puissances de e supposé petit, approximation inutile au point de vue du calcul pratique, mais intéressante pour montrer que certaines vitesses critiques pratiquement confondues sont en réalité distinctes. On trouve

Ordre de résonance.	0.	1.	2.	3.
ω...	$\Omega\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{4Me^2}{I}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$	$\frac{\Omega}{2}\left(1+\frac{Me^2}{I}\right)$	$\frac{\Omega}{3}\left[1+\frac{9}{16}\frac{Me^2}{I}\right]$ et $\Omega\left[1-\frac{1}{16}\frac{Me^2}{I}\right]$	$\frac{\Omega}{2}\left[1+\frac{1}{9}\frac{Me^2}{I}\right]$ et $\frac{\Omega}{4}\left[1+\frac{4}{9}\frac{Me^2}{I}\right]$

On sait que le poids propre du rotor introduit des perturbations pour ω voisin de $\Omega/2$. C'est en effet ce qu'on trouve quand on tient compte du poids dans les équations du problème; ces termes excitent la résonance d'ordre 1. Toutefois il n'y a pas d'excitation si e est rigoureusement nul (pour traiter le cas de e nul, les variables r, α, ψ ne conviennent pas; mais il est facile de les changer).

IV. *Automobiles.* — Dans le problème des oscillations de l'essieu d'avant des automobiles étudiées par S. de Lavaud ([5]), on trouve, à côté des vitesses critiques principales signalées par cet auteur, des vitesses secondaires inférieures aux principales.

CORRESPONDANCE.

M. **Léon Guillet** fils adresse un rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention accordée sur la *Fondation Le Chatelier* en 1937.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les sphères de Tücker du tétraèdre.* Note de M. **Victor Thébault**, transmise par M. Élie Cartan.

1. Dans un triangle ABC, inscrit dans un cercle (O, R), dont le point de Lemoine est K et l'angle de Brocard θ, le lieu des centres des cercles de Tücker est la droite indéfinie OK.

Soient α, β, γ les projections de O sur les perpendiculaires Δ_a, Δ_b, Δ_c à BC, CA, AB menées par un point ω de OK tel que $\overline{K\omega} : \overline{KO} = m$. Les demi-droites issues de α, β, γ, inclinées respectivement sur Δ_a, Δ_b, Δ_c des angles x et $-x$, y et $-y$, z et $-z$ tels que $\tan x = (1-m)\tan\theta - m \tan A$,

([5]) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1636.

$\tan y = (1-m)\tan\theta - m\tan B$, $\tan z = (1-m)\tan\theta - m\tan C$, rencontrent BC, CA, AB en des points (X_a, Y_a), (X_b, Y_b), (X_c, Y_c) situés sur un cercle (ω, ρ) où

$$\rho^2 = (1-m)^2 R^2 \tan^2\theta + m^2 R^2, \tag{1}$$

et réciproquement (cercle de Tücker). On a aussi

$$X_a Y_b = X_b Y_c = X_c Y_a = 2(1-m) R \tan\theta;$$
$$X_a Y_a = 2R[(1-m)\cos A \tan\theta - m \sin A], \quad \ldots;$$
$$X_c Y_b = 2R[(1-m)\cos A \tan\theta + m \sin A], \quad \ldots;$$
$$\delta_a = 2(1-m) R \sin A \tan\theta, \quad \ldots,$$

δ_a étant la distance de $X_c Y_b$ à BC, ...

Si $m = 0$, $x = y = z = \theta$; *le cercle* (ω, ρ) *est le* second *cercle de* Lemoine (cosinus circle), *de rayon* $\rho = R\tan\theta$, *centré en* K.

Lorsque $m = (1/2)$, $X_c Y_b = R(\cos A \tan\theta + \sin A)$, ..., *le cercle* (ω, ρ) *est le* premier *cercle de* Lemoine, *de rayon* $\rho = (R/2)\sec\theta$, *centré au milieu de* OK.

2. Des sommets d'un tétraèdre quelconque $T \equiv ABCD$, $(BC = a$, $DA = a'$, ...), comme centres, on décrit les sphères (A, l), (B, m), (C, n), (D, p). Les plans radicaux de chacune d'elles avec la sphère (O, R) circonscrite, coupent respectivement les arêtes (AB, AC, AD), (BA, BC, BD), (CA, CB, CD), (DA, DB, DC), en des points (X, Y, Z), (X′, T, U), (Y′, T′, V), (Z′, U′, V′) et déterminent un tétraèdre $T_1 \equiv A_1B_1C_1D_1$ homothétique au tétraèdre tangentiel $T_2 \equiv A_2B_2C_2D_2$ de T. Si

$$l^2.\lambda^2 ab'c' = m^2.\lambda bc'a' = n^2.\lambda ca'b' = p^2.\lambda abc,$$

le centre d'homothétie de T_1, T_2 est le second point de Lemoine L de T, de coordonnées normales absolues $R_a\tan\theta$, $R_b\tan\theta$, $R_c\tan\theta$, $R_d\tan\theta$, R_a, R_b, R_c étant les rayons des cercles BCD, CDA, DAB, ABC, θ l'angle de Brocard de T ([1]). Lorsque λ varie, les centres I_a, I_b, I_c, I_d des cercles inscrits aux triangles égaux XYZ, X′TU, Y′T′V, Z′U′V′, décrivent AL, BL, CL, DL, et la droite OL est un axe de Tücker ([2]).

Soient α, β, γ, δ les projections de O sur les perpendiculaires Δ_a, Δ_b, Δ_c, Δ_d aux plans BCD, CDA, DAB, ABC menées par un point ω de la droite indéfinie LO, tel que $\overline{L\omega} : \overline{LO} = m$. L'analogie avec la configuration plane est complète en considérant les cônes de révolution de sommets α, β, γ, δ, d'axes Δ_a, Δ_b, Δ_c, Δ_d et d'angles $2x$, $2y$, $2z$, $2t$ ainsi définis,

$$\tan x = (1-m)\tan\theta - m\tan A, \quad \ldots, \quad \tan t = (1-m)\tan\theta - m\tan D,$$ A, B, C, D

étant les angles des plans BCD, CDA, DAB, ABC avec la sphère (O, R). Les plans des faces de T découpent, en effet, sur ces cônes des cercles (C_A), (C_B), (C_C), (C_D), de rayons $\rho_A = R[(1-m)\cos A \tan\theta - m\sin A]$, ..., situés sur

---

(1) V. Thébault, *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 1922, p. 175.

(2) P. Delens, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1151.

une sphère (ω, ρ) dont le carré du rayon est

$$(2) \qquad \rho^2 = (1 - m)^2 R^2 \tan^2\theta + m^2 R^2,$$

et réciproquement (sphère de Tücker). Les rayons des cercles inscrits aux triangles XZY, ..., Z'U'V' correspondants, celui de la sphère tangente aux plans des faces de T_1, centrée en ω, ont pour longueurs $r = (1 - m) R \tan\theta$, $r' = mR$, de sorte que *la sphère* (ω, ρ) *contient aussi les cercles inscrits aux triangles* XYZ, ..., Z'U'V' [2]. Les cercles (C_A), (C_B), (C_C), (C_D) sont inscrits aux triangles formés par les droites (XY, TX', Y'T'), ..., dans les plans ABC, ...

Les cônes (A_1), (B_1), (C_1), (D_1), inscrits aux trièdres A_1, B_1, C_1, D_1 de T_1, sont les transformés des cônes (A_2), (B_2), (C_2), (D_2) inscrits aux trièdres de T_2 par l'homothétie (L, m). La sphère (ω, ρ) découpe sur ces cônes des cercles (C'_A), (C'_B), (C'_C), (C'_D), de rayons $\rho'_A = R[(1 - m)\cos A \tan\theta + m \sin A]$, ..., dont les plans sont parallèles à ceux des faces de T, à des distances $\delta_A = 2(1 - m) R \sin A \tan\theta$, ..., de ceux-ci et qui touchent trois des circonférences (I_a), (I_b), (I_c), (I_d) sur les génératrices $(D_1 I_a, D_1 I_b, D_1 I_c)$, ...

Si $m = 0$, $x = y = z = t = \theta$; *la sphère* (ω, ρ) *est la* seconde *sphère de* Lemoine (ou des cosinus), *de rayon* $R \tan\theta$, *centrée en* L, *et*

$$\rho_A : \rho_B : \rho_C : \rho_D = \cos A : \cos B : \cos C : \cos D.$$

Quand $m = (1/2)$, $\rho'_A = R(\cos A \tan\theta + \sin A)$; les plans des cercles (C'_A), (C'_B), (C'_C), (C'_D) concourent en L. *Les plans parallèles aux faces de* T *menés par* L *coupent les cônes* (A_1), (B_1), (C_1), (D_1) *suivant quatre cercles* (C'_A), (C'_B), (C'_C), (C'_D) *d'une sphère* (ω, ρ) *de rayon* $\rho = (R/2)\sec\theta$, *centrée au milieu de* OL (première sphère de Lemoine).

N.-B. — En vertu de (1) et (2), étant donné un triangle (ou un tétraèdre) T, un cercle (ou une sphère) de Tücker est déterminé par son centre ω.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur la résistance opposée par l'air à une surface ogivale en régime permanent.* Note de M. **Louis Gareaud**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Nous considérons une surface ogivale plongée dans un courant d'air caractérisé à l'infini-amont par la pression P_0, la masse spécifique ρ_0 et la vitesse V_0 dirigée suivant l'axe de cette surface.

2. Dans un Mémoire antérieur [1], nous avons montré que l'écoulement réel pouvait être remplacé par l'écoulement d'un fluide fictif incompressible dont les caractéristiques à l'infini-amont sont P_0, V'_0, ρ'_0 dans la région voisine

---

(1) *Mémorial de l'Artillerie française,* 15, 4e fascicule de 1936, pp. 1219 à 1313.

du sommet, P_0, V''_0, ρ''_0 dans la région voisine de la base de l'ogive, et nous avons donné les expressions de V'_0, ρ'_0, V''_0, ρ''_0 en fonction de P_0, V_0, ρ_0.

3. D'autre part, la théorie des sources et des puits, telle que l'a présentée le Professeur von Kármán [2], permet le calcul, au point courant de la méridienne où l'angle de la tangente avec l'axe est α, du rapport λ_α de la vitesse d'écoulement V à la vitesse à l'infini U_α d'un fluide incompressible

$$\lambda_\alpha = \frac{V}{U_\alpha}.$$

D'après le n° 2, U_α est égal à V'_0 pour $\alpha = \pi/2$ et à V''_0 pour $\alpha = 0$. Au point courant, U_α peut être mis sous la forme

$$U_\alpha = V''_0 - (V''_0 - V'_0) f(\alpha),$$

$f(\alpha)$ étant une fonction inconnue de α, mais telle que $f(0) = 0$ et $f(\pi/2) = 1$. On montre facilement que, dans deux cas particuliers :

a. au voisinage du sommet quelle que soit la vitesse à l'infini,

b. pour un courant subsonique, quel que soit le point de la méridienne;

$f(\alpha)$ peut être remplacé par $\sin\alpha$.

4. Les résultats rappelés au n° 2 ont été obtenus en admettant la formule

$$\frac{P}{P_S} = \left(1 - \frac{V^2}{V_0^2 + \frac{2}{\gamma - 1} a_0^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

de l'Aérodynamique classique, où l'on étudie le mouvement d'une particule fluide, sans tenir compte des vitesses propres des molécules constitutives de cette particule. Cette hypothèse implicite peut conduire à des résultats en accord avec l'expérience si les vitesses des particules sont faibles devant celles des molécules (c'est le cas de la théorie des fluides incompressibles et pratiquement de celle des fluides compressibles aux vitesses subsoniques), mais il ne doit plus en être de même aux grandes vitesses.

Désignant par P_f la pression calculée par la formule susvisée, nous nous proposons d'évaluer la pression vraie P de la manière suivante :

Soient $C_f = 1 - P_f/P_0$ la compression fictive, $C = 1 - P/P_0$ la compression réelle. Soit, d'autre part, C_i la compression développée dans une mise instantanée en vitesse (on sait calculer rigoureusement C_i). Faisant état de ce que, pour les valeurs infiniment grandes du nombre de Sarrau $\sigma = V/a$, C doit différer infiniment peu de C_i, nous admettrons que le rapport $C - C_f/C_i - C_f$, nul tant que la vitesse d'écoulement V est inférieure à la vitesse moyenne quadratique v_c suivant la ligne de courant, est de la forme $1 - e^{-K(V-v_c)^2}$ sug-

(2) *Abhandlungen aus dem Aerodynamischen Institut an der Technischen Hochschule Aachen*, Heft 6, 1927.

gérée par la théorie cinétique, lorsque $V > v_c$. Comme la vitesse moyenne quadratique est très sensiblement égale à $a_0\sqrt{2/3}$ et à $1/\sqrt{2}$ fois l'unité d'écart réduit, on a donc :

$$\frac{C - C_f}{C_i - C_f} = 1 - e^{-\frac{3}{4}\left(\sigma - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2}.$$

On voit que la correction $C - C_f$ est négligeable lorsque l'écoulement est subsonique, puisque $e^{-3/4(1-\sqrt{2/3})}$ est alors supérieur à 0,975. Il n'en est pas de même aux grandes vitesses; en particulier, lorsque $\sigma > 4$, tout doit se passer pratiquement comme s'il s'agissait d'une mise instantanée en vitesse.

5. Si donc, tout d'abord, l'enroulement est *subsonique* à l'infini-amont ($\sigma_0 < 1$), on obtiendra la courbe de distribution des pressions en appliquant la théorie des sources et des puits à un fluide de vitesse $U_\alpha = V_0 - (V_0 - V'_A)\sin\alpha$. Si l'écoulement *est supersonique* ($\sigma_0 > 1$), on ne peut plus admettre que $f(\alpha)$ est égal à $\sin\alpha$ au point courant. Mais, à la base où α prend la valeur très faible α_B (nulle si l'ogive est tangente au corps cylindrique), on peut encore écrire : $U_{\alpha_B} = V''_0 - (V''_0 - V'_0)\sin\alpha_B$. On calcule alors C_{f_B} puis C_B, comme il est dit au n° 4, et enfin $P_B/P_0 = 1 - C_B$. Soit A le point de la méridienne, d'inclinaison α_A, où le nombre de Sarrau σ_A est égal à 1. Un raisonnement simple, basé sur une remarque intuitive suggérée par une propriété de la théorie de Meyer pour les faibles angles de déviation, montre que

$$\frac{P}{P_A} = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{\alpha_A - \alpha}{\alpha_A - \alpha_B}}.$$

Si, dès le sommet, $\sigma > 1$ (cas des ogives pointues aux grandes vitesses), le point A est confondu avec le sommet et P_A s'obtient en affectant la compression C_T donnée par la théorie de Taylor, de la correction

$$C - C_T = (C_i - C_T)\left[1 - e^{-\frac{3}{4}\left(\sigma_T - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2}\right].$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la perturbation d'un problème de valeurs propres par modification de la frontière. Cas de la propagation des ondes électromagnétiques dans les guides cylindriques.* Note de M. **Robert Courtel**.

1. Les recherches théoriques sur la propagation des ondes électromagnétiques déci- et centimétriques dans les guides cylindriques conduisent à lier l'étude de la stabilité des ondes [1] au calcul de la perturbation des valeurs propres du problème

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \alpha^2 u = 0$$

---

[1] L. Brillouin, *Bull. Soc. Fr. Électriciens*, 8, n° 94, 1938.

par une modification de la frontière, les conditions aux limites restant tes mêmes, (I) $u=0$ pour les ondes de type électrique, (II) $(\partial u/\partial n)=0$ pour les ondes de type magnétique; la propagation est représentée par un vecteur de Hertz parallèle aux génératrices, de mesure $\pi=u(x,y)e^{i(kct-k_z z)}$; la constante α^2 ne peut prendre qu'une série discontinue de valeurs correspondant chacune à un régime de propagation déterminé, en particulier à une vitesse de phase $v_z=c(k/k_z)$ et une vitesse de propagation de l'énergie $g=c(k_z/k)$ bien définies (²); on a $\alpha^2=k^2-k_z^2$.

Suivant un procédé fréquemment employé dans ce genre de questions, on peut résoudre le problème comme il suit : on se ramène d'abord à une modification de la condition aux limites sans changement de la frontière C_0, grâce à un développement de Taylor de la fonction cherchée au voisinage de la nouvelle frontière C; en se bornant provisoirement au premier ordre, cela donne, si l'on désigne par u_0 la solution du problème non perturbé, par φ la perturbation $\varphi=u-u_0$, par h la distance normale de C_0 à C, comptée positivement sur la normale extérieure à C_0

$$(2)\qquad \begin{cases} (\varphi)_{C_0}=-h\left(\dfrac{\partial u_0}{\partial n}\right)_{C_0} & \text{(I)},\\[2mm] \left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\right)_{C_0}=-h\left(\dfrac{\partial^2 u_0}{\partial n^2}\right)_{C_0} & \text{(II)}.\end{cases}$$

Si l'on désigne par ε la perturbation de la valeur propre α_0^2, on voit qu'à la même approximation φ obéit à l'équation (3)

$$(3)\qquad \Delta\varphi+\alpha_0^2\varphi+\varepsilon u_0=0,$$

qu'il suffit maintenant de traiter par une méthode toute semblable à celle qui est utilisée dans la théorie des perturbations de l'opérateur : si l'on envisage d'abord le cas d'une valeur propre simple, on obtient avec les deux conditions possibles (I) et (II)

$$(4)\qquad \begin{cases} \varepsilon\displaystyle\iint_{D_0} u_0^2\,d\sigma+\int_{C_0} h\left(\frac{\partial u_0}{\partial n}\right)^2 ds=0 & \text{(condition I)},\\[2mm] \varepsilon\displaystyle\iint_{D_0} u_0^2\,d\tau+\int_{C_0} -h u_0\frac{\partial^2 u_0}{\partial n^2}\,ds=0 & \text{(condition II)}.\end{cases}$$

Si l'on a affaire à une valeur propre multiple d'ordre l, u_0 doit avoir la forme $u_0=\Sigma a_i u_{0i}$; on emploiera successivement comme multiplicateurs les diverses fonctions de base u_{0j} ($j=1, 2, \ldots, l$) correspondant à la valeur propre α_0 et supposées orthogonales entre elles; on verra que ε doit être solution de l'équation séculaire de degré l

$$(5)\qquad |s_{ji}-N_j^2\delta_j^i\varepsilon|=0,$$

(²) L. de Broglie, *Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques*, Paris, 1941.

où l'on a posé

$$s_{ji} = \begin{cases} \int_{C} -h \frac{\partial u_{0j}}{\partial n} \frac{\partial u_{0i}}{\partial n} ds & \text{(condition I)}, \\ \int_{C_0} +h u_{0j} \frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial n^2} ds & \text{(condition II)}, \end{cases} \qquad N_j^2 = \iint_{D_0} u_j^2 \, d\sigma,$$

les a_i se tirant alors de (5)

$$(6) \qquad \sum_{i=1}^{l} a_i (s_{ji} - N_j^2 \delta_j^i \varepsilon) = 0.$$

Les conséquences que l'on peut tirer de (4), (5), (6) sont les mêmes que dans la théorie des perturbations de l'opérateur.

2. L'examen du cas particulier des guides à section circulaire conduit à des résultats intéressants qui paraissent susceptibles d'applications pratiques. La multiplicité des valeurs propres, si l'on met à part la coïncidence E_1, H_0, provient alors uniquement d'une dégénérescence *axiale*, c'est-à-dire de l'indétermination du plan de polarisation des ondes $u = J_m(\alpha\rho)\{\cos m\theta, \sin m\theta\}$ (les ondes $E_0 H_0$ sont simples et possèdent la symétrie de révolution). L'existence d'une déformation localisée au voisinage de $\theta = 0$ (cannelure ou rainure du tube), ou répétée régulièrement aux points $\theta = n(\pi/m)$ (guide *cannelé*), a pour effet d'avancer ou retarder la composante u en $\cos m\theta$ sans modifier sensiblement la propagation de l'onde en $\sin m\theta$, donnant ainsi au guide les propriétés bien connues d'un milieu optique anisotrope uniaxe vis-à-vis des ondes polarisées se propageant perpendiculairement à l'axe. On doit toutefois observer que cette analogie ne peut être complète, les valeurs de l'indice et la loi de dispersion étant essentiellement différentes dans les deux cas.

Les perturbations ε_1 et ε_2 ou ε_0 de α_0^2 sont données par

$$(7) \qquad \begin{cases} \varepsilon_1 = -2\alpha_0^2 \frac{\delta S}{S_0}, \qquad \varepsilon_2 = 0 & (m \neq 0), \\ \varepsilon_0 = -\alpha_0^2 \frac{\delta S}{S} & (m = 0), \end{cases}$$

où δS représente la variation d'aire $S - S_0$ due aux cannelures.

Remarquons que ε_0 a le signe contraire de δS, en conformité avec la règle de Brillouin $\alpha^2 S = \text{const.}$ pour des sections homothétiques. On voit, d'autre part, que la composante en $\cos m\theta$ est avancée lorsque $\delta S < 0$, c'est-à-dire que la vitesse de propagation de la phase est accrue et la vitesse de l'énergie diminuée. Cet effet prend une importance d'autant plus grande que l'on se trouve plus près du diamètre de coupure; dans des conditions déterminées, la composante en $\cos m\theta$ peut être complètement arrêtée ($c_\varphi \infty$, $g = 0$) par une déformation convenablement choisie ($\delta S < 0$); le tube fonctionne alors comme polariseur.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Inexistence d'un prétendu paradoxe observé à propos de la solubilité du gypse dans les solutions de chlorure de sodium.* Note de Mlle **Jeanne Forêt**†, présentée par M. Charles Mauguin.

On sait que le gypse est plus soluble en solution de NaCl que dans l'eau pure. Certains auteurs, étudiant cette solubilité en fonction de la teneur en NaCl de la solution, sont arrivés à des résultats assez inattendus. Cameron [1], tout d'abord, indiqua une courbe de solubilité avec maximum à 140^g de NaCl par litre; puis Clocz [2] en indiqua une seconde supérieure à la précédente. C'est à leur suite qu'Anselme [3] précisa qu'il existait deux courbes : l'une correspondant à l'équilibre entre cristaux et solution obtenu par simple dissolution, l'autre à l'équilibre obtenu par évaporation, la seconde se plaçant au-dessus de la première. De plus, Anselme indiquait que, dans ce dernier cas, la concentration moléculaire en chaux de la solution est supérieure à sa concentration moléculaire en acide sulfurique. Des résultats aussi curieux pouvaient avoir, du point de vue des conceptions géologiques, des conséquences importantes. Leur contrôle a fait l'objet de ce travail.

On a fait dissoudre, d'une part, par agitation dans des solutions de NaCl, du gypse pulvérisé jusqu'à teneur constante de la solution. On a dosé Cl, SO^4 et Ca dans la liqueur claire.

D'autre part, partant de solutions à teneur en NaCl moitié moindre que les précédentes, on les a saturées en gypse, on les a fait évaporer de façon à réduire leur volume de moitié, et on les a agitées pour obtenir l'équilibre. Comme précédemment, on a dosé dans la liqueur claire Cl, SO^4 et Ca. Ces dernières solutions ont des teneurs en NaCl à peu près égales aux premières; mais, d'après Anselme, la solubilité du gypse devrait y être supérieure.

Voici en réalité les résultats obtenus à 19° :

Solutions obtenues par dissolution (g/l)		Solutions obtenues par évaporation (g/l).	
NaCl.	SO^4Ca.	NaCl.	SO^4Ca.
10	3,57	—	
51	5,69	55	5,87
108	6,95	95	6,80
139	7,20	127	7,18
206	6,89	204	6,94
301	5,68	303	5,61

On voit que ces deux séries d'expériences donnent les mêmes résultats. Et si l'on porte en abscisses le poids de NaCl contenu dans la solution, en ordonnées

(1) *Bull. Soc. Chim.*, **28**, 1902, p. 58.

(2) *Bull. Soc. Chim.*, (3), **29**, 1903, p. 167.

(3) *Thèse de Doctorat d'Université*, Marseille, 1904.

le poids de SO^4Ca dissous, ces deux séries de chiffres se placent bien sur une même courbe, qui est très approximativement la courbe inférieure d'Anselme.

On peut expliquer ainsi l'erreur de la courbe supérieure : Au cours de l'évaporation, l'équilibre entre cristaux et solution s'établit bien au voisinage des cristaux, mais, par suite de la lenteur de la diffusion dans le liquide immobile, la solution, à une certaine distance, se trouve bientôt sursaturée. Il est nécessaire d'agiter pour que l'équilibre s'établisse. Cette dernière précaution n'a peut-être pas été observée par les auteurs précédents. Voici, par exemple, les teneurs en SO^4Ca à partir d'une solution à 50^g par litre au cours de son évaporation.

	Avant évaporation.	Évaporation de 1/6.	Évaporation de moitié avant agitation.	Évaporation de moitié après agitation.
NaCl (g).......	50	60	100	100
SO^4Ca (g).....	5,69	6,09	7,11	6,80

En outre, Anselme signale que les solutions, après évaporation, ont une teneur en chaux supérieure à celle que comporte la formation de SO^4Ca, ce qui indiquerait une précipitation de SO^4Na^2, soit sous forme de sel simple, soit de sel double avec SO^4Ca. Le précipité, trop peu abondant pour permettre une analyse chimique, a été examiné aux rayons X. Le spectre obtenu ne comporte que les seules raies du gypse et de NaCl. L'origine de l'erreur d'Anselme est sans doute la suivante : en solution très chargée en NaCl, le dosage de la chaux par l'oxalate comporte une erreur par excès, en même temps que le dosage de SO^4H^2 par les sels de Ba, une erreur, beaucoup moindre, par défaut. Les dosages de SO^4 et de Ca effectués correctement après deux précipitations de l'oxalate, sur un seul prélèvement contenant 300^g de NaCl par litre, ont conduit aux résultats suivants :

SO^4Ca calculé à partir de la chaux............	5,61 g/l
SO^4Ca » » du sulfate..............	5,60 »

Les résultats impliquent les conclusions suivantes :

1° Le gypse n'admet, comme on pouvait le prévoir, qu'une seule courbe de solubilité;

2° Il n'y a pas de précipitation de SO^4Na^2 avec le gypse au cours de l'évaporation des solutions.

Sur la Note de Mlle Jeanne Forêt ayant pour titre : Inexistence d'un prétendu paradoxe observé à propos de la solubilité du gypse dans les solutions de chlorure de sodium. Note de M. **Charles Mauguin.**

Mlle Jeanne Forêt, Docteur ès sciences, Assistante à la Faculté des Sciences de Paris, est décédée le 15 août dernier, peu de jours après la rédaction de sa Note.

C'est à ma demande qu'elle avait repris l'étude de la solubilité du gypse dans l'eau salée. Les auteurs qui avaient travaillé avant elle étaient arrivés à ce résultat paradoxal qu'il existe deux solubilités différentes, selon que l'on opère par dissolution directe ou par évaporation, et certains géologues prétendaient tirer de là des conséquences importantes concernant la formation du gypse dans les marais salants. Il résulte nettement des expériences de Mlle Forêt que le paradoxe n'existe pas. Il n'y a qu'une seule et même courbe de solubilité du gypse dans l'eau salée, quel que soit le mode opératoire, pourvu que l'on assure, par agitation, l'équilibre entre les cristaux et la solution.

CHIMIE DES COLLOÏDES. — *Caractère stœchiométrique de la dispersion protégée d'un précipité minéral très peu soluble.* Note de MM. **Martial-Félix Taboury** et **Jean Salvinien**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les sols ou les gels de colloïdes stables ont la propriété de maintenir à un état de dispersion très élevée un grand nombre de précipités minéraux qui se forment *en leur présence* par réaction chimique. Cette action des colloïdes stables n'est pas identique au pouvoir protecteur ordinaire tel qu'il a été découvert par Faraday, car elle se manifeste *dès la formation* du corps insoluble et maintient celui-ci dans un état de dispersion si grande, qu'elle atteint probablement dans bien des cas la dispersion moléculaire. Nous dirons que dans ces conditions le précipité est à l'état de *dispersion protégée*.

Le phénomène s'étudie facilement avec les sols grâce à la *méthode des mélanges*.

Appelons N_f le nombre de molécules du corps insoluble formées dans un litre du mélange final, obtenu en versant l'une dans l'autre deux portions égales du sol hydrophile auxquelles on a déjà ajouté séparément les réactifs en solutions équinormales. En faisant varier le volume de ces réactifs et en complétant avec de l'eau distillée, on peut faire varier N_f tout en maintenant constante la concentration finale C_f du sol en colloïde protecteur.

A concentration finale C_f constante, lorsque N_f est suffisamment petit, on constate qu'aucun précipité n'apparaît. Le nombre de molécules dispersées est alors égal au nombre N_f de molécules formées.

Lorsque N_f croît régulièrement, il atteint une valeur S pour laquelle un précipité commence juste à apparaître. S caractérise le *seuil de précipitation*.

Au delà du seuil, le nombre N_d de molécules protégées est évidemment inférieur à N_f. En général, il décroît puis s'annule pratiquement. Dans tous les cas le précipité contient de la gélatine et du corps insoluble.

Le seuil de précipitation joue un rôle important dans un certain nombre de phénomènes : précipitations rythmiques, photographie, réactions biologiques etc. Nous en avons étudié les variations avec le système gélatine-hydroxyde ferrique en fonction de la concentration en gélatine. L'hydroxyde ferrique a été choisi pour sa très faible solubilité.

Le seuil de précipitation est *stable* et beaucoup mieux défini, par exemple, que l'indice d'or de Zsigmondy. Il est à peu près indépendant de la qualité et des traitements antérieurs de la gélatine. Quand la dilution du sol est suffisamment élevée, il ne dépend pas de la température. Enfin, les impuretés normales du colloïde protecteur agissent peu sur lui.

Si l'on augmente progressivement la dilution du sol, on constate qu'au seuil de protection le *rapport de la masse du corps dispersé à la masse du colloïde protecteur* croît d'abord rapidement, puis demeure *constant aux grandes dilutions*, tandis que la précipitation devient totale, entraînant la totalité de la gélatine et de l'hydroxyde ferrique. La limite de ce rapport est la même pour des températures très différentes (10°, 60°, 80°). Il s'agit là d'un très net *caractère stœchiométrique*. Ces résultats font penser que la dispersion protégée est probablement un *phénomène chimique*.

On peut faire l'hypothèse suivante : la gélatine est formée de longues chaînes aminées de la forme ([1])

$$H^2N-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-CO-NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-CO-NH-\underset{R''}{\underset{|}{CH}}-CO-\ldots\ldots\ -NH-\underset{R^{(n)}}{\underset{|}{CH}}-COOH$$

dans lesquelles les radicaux R, R′, R″, ..., $R^{(n)}$ sont en nombre limité et souvent identiques.

Ces chaînes sont vraisemblablement liées entre elles dans l'espace par des valences complémentaires qui partent d'un radical (CO) d'une chaîne, pour aboutir à un radical (NH) d'une autre chaîne, avec mise en jeu intermédiaire de molécules d'eau. L'ensemble présente une structure réticulaire sans éléments de symétrie, susceptible de s'organiser comme celle d'un cristal sous des influences extérieures orientées. Dans cette structure le *motif de répétition moyen* est $-NH-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-CO-$.

Quand la gélatine est à l'état de sol, les liaisons complémentaires tendent à se relâcher, et cela d'autant plus que la dilution est plus grande. Il est probable que la gélatine fixe l'hydroxyde ferrique par la mise en jeu de ces valences complémentaires. A la limite, quand la gélatine est complètement saturée, chacun de ces motifs doit retenir une molécule d'hydroxyde ferrique.

Nos essais montrent que la masse de gélatine associée à une molécule-gramme d'hydroxyde ferrique est de 130^g. D'après l'hypothèse proposée, cette masse serait celle du motif de répétition *moyen*. En utilisant des résultats obtenus par voie chimique ([2]), ou par voie physique ([3]), il est possible

(1) L. MEUNIER, *La gélatine* (Conférence n° 304, Centre Doc. Chim., Paris).

(2) H. D. DAKIN, *J. Biol. Chem.*, 44, 1920, p. 449.

(3) J.-J. TRILLAT, *Les applications des Rayons* X (Conf. Rapp., Paris, *Presses Univ.*, 1930).

d'apprécier indépendamment cette masse. Les nombres ainsi trouvés sont du même ordre de grandeur que les nôtres. Des déterminations plus précises pourront être effectuées lorsqu'on saura fractionner la gélatine.

BOTANIQUE. — *L'histologie de la feuille des* Plectaneia *malgaches.* Note (1) de MM. **Gustave Malcuit** et **Roger David.**

Le genre *Plectaneia* a été récemment bien étudié au point de vue morphologique par H. Jumelle et M. Perrier de la Bâthie; ce dernier a puissamment contribué à faire connaître sa répartition géographique. Jusqu'à cette époque, ce genre était mal connu. Trois espèces avaient été décrites en 1895. En 1934 H. Jumelle (2) caractérisa les onze espèces que nous connaissons dans la forme et les dimensions des feuilles des pièces florales et des fruits. Aucune étude anatomique d'ensemble n'ayant été effectuée, nous avons pensé que l'observation des échantillons de M. Perrier de la Bâthie, provenant de diverses régions de l'île, nous permettrait de donner les caractères histologiques des feuilles dont la structure fournit souvent des données précieuses pour établir les affinités des espèces. Et malgré le grand polymorphisme foliaire de ces végétaux, les aspects particuliers que présentent chacun des tissus constitutifs du limbe, la disposition et la forme des divers éléments de la méristèle permettent non seulement d'établir les affinités spécifiques, mais surtout de distinguer les diverses espèces du genre, une classification d'ordre histologique venant ainsi confirmer les données de la morphologie. Ce sont donc ces caractères histologiques de la feuille adulte *typique* que nous allons succinctement énumérer ci-après, tout en faisant ressortir les variations présentées par les différents tissus. Chez toutes les espèces, l'épiderme inférieur est en général constitué par des cellules beaucoup plus petites que celles de l'épiderme supérieur, et des lacticifères s'observent autour de la méristèle. De plus, les parenchymes palissadique et lacuneux contiennent des cellules qui se distinguent des autres par leur contenu coloré en jaune brun. Le tissu lacuneux est toujours constitué par deux sortes de cellules, les unes petites et plus ou moins irrégulières, les autres plus grandes et souvent rameuses. Mais, parmi les petites cellules, chez la plupart des espèces, celles qui se trouvent situées immédiatement au-dessus de l'épiderme inférieur sont assez régulièrement allongées et disposées perpendiculairement à cet épiderme. Elles forment ainsi comme une sorte de tissu palissadique plus ou moins irrégulier et à une seule rangée de cellules. Trois espèces seulement sur onze (*P. Thouarsii*, *P. Boivini P. macrocarpa*) ne possèdent pas ce tissu. Le *P. thouarsii* est caractérisé par le fait que son parenchyme lacuneux est constitué par les petites cellules qui délimitent

(1) Séance du 6 septembre 1943.

(2) *Comptes rendus,* 199, 1934, p. 995.

d'assez larges espaces, les grandes cellules étant très peu représentées. La méristèle présente la forme d'un arc d'assez grand rayon et de nombreuses fibres sclérifiées se disposent tout autour du faisceau bicollatéral.

Chez le *P. Boivini*, ce sont les cellules rameuses qui occupent la plus grande place dans le tissu lacuneux. Quant au tissu palissadique, sa hauteur *relative* est sensiblement la même que dans l'espèce précédente; l'épaisseur totale du limbe est toujours beaucoup plus réduite. Les grandes cellules colorées du tissu assimilateur confinent également à l'épiderme supérieur. Enfin dans la nervure principale, le faisceau du bois affecte la forme d'un V ouvert.

Le *P. macrocarpa* diffère du précédent par un certain nombre de caractères très nets : disposition en arc de cercle du tissu ligneux, liber interne à peine plus épais que le liber normal.

Chez les huit autres espèces dont le tissu lacuneux est formé comme nous l'avons vu par les deux sortes de cellules à peu près également représentées, on observe ce pseudo-tissu palissadique inférieur que nous avons signalé et qui peut d'ailleurs être très irrégulier. En outre, pour toutes ces espèces, la longueur des grandes cellules du parenchyme assimilateur est égale à la hauteur de ce tissu. C'est la très petite taille de la méristèle, toujours égale ou inférieure à l'épaisseur de la feuille, qui permet de caractériser d'emblée, parmi ces espèces à tissu pseudo-palissadique inférieur, le *P. microphylla* et *P. stenophylla*. Pour ce dernier, dont l'arc ligneux a une longueur à peu près égale à l'épaisseur du limbe, la hauteur du tissu palissadique est égale au 1/3 environ de cette dimension. Le *P. microphylla*, qui possède certainement la plus petite méristèle (la longueur de l'arc ligneux n'étant que la moitié de l'épaisseur foliaire), diffère du précédent par la hauteur du parenchyme palissadique ici plus réduite et par l'agencement du tissu pseudo-palissadique inférieur qui apparaît ici assez net et régulier. Le *P. rhomboidalis* se caractérise : par la disposition du bois qui affecte, soit la forme d'un V très largement ouvert, soit, plus souvent, celle d'un arc semi-circulaire; par son tissu pseudo-palissadique aux cellules plus ou moins irrégulières et quelquefois assez peu rapprochées; enfin par son parenchyme assimilateur dont la faible épaisseur est comprise entre le 1/4 et le 1/5 de l'épaisseur du limbe.

Un caractère commun à toutes les autres espèces est donné par l'arc ligneux dont la longueur est inférieure à une demi-circonférence. Parmi elles, le *P. elastica* se reconnaît à la forme très allongée des grandes cellules palissadiques, à la disposition assez régulière des petites cellules confinant à l'épiderme inférieur et aux larges lacunes du parenchyme lacuneux. C'est la taille relativement grande des cellules de l'épiderme inférieur dont la hauteur est peu différente de celle de l'épiderme supérieur qui permet de séparer le *P. isalensis* des trois autres espèces. Chez le *P. firingalavensis*, les espaces compris entre les diverses cellules du parenchyme lacuneux sont si réduits qu'ils constituent plutôt des méats que de véritables lacunes. Au surplus, les cellules

colorées de ce tissu sont ici de même taille que les autres cellules, caractère que l'on ne retrouve pas chez les deux espèces suivantes. Enfin le *P. inutilis* et le *P. Hildebrandtii* ont une structure foliaire très voisine, et l'on ne semble pouvoir les distinguer que par les dimensions relatives de la méristèle. Chez le *P. inutilis*, la longueur de l'arc ligneux est huit à dix fois supérieure à son épaisseur alors qu'elle est inférieure à cette dimension chez le *P. Hildebrandtii*.

En définitive l'ensemble de tous ces caractères distinctifs d'ordre histologique portant sur la feuille des *Plectaneia* apporte une contribution nouvelle à l'étude de ces intéressants végétaux de Madagascar, et vient confirmer nettement l'individualité des espèces créées par H. Jumelle et M. Perrier de la Bâthie.

PARASITOLOGIE. — *Hyperparasitisme et castration parasitaire par un Sporozoaire chez un Cestode.* Note de M. **Robert-Philippe Dollfus**, présentée par M. Charles Pérez.

En août 1932, au laboratoire du Domaine universitaire de Richelieu (Indre-et-Loire), à l'autopsie de plusieurs écureuils *Sciurus vulgaris* L., j'ai trouvé communément dans l'intestin des *Catenotænia dendritica* (Gœze).

Chez quelques individus de ce Cestode, le strobile, par places, avait un aspect crayeux et opaque contrastant nettement avec l'aspect normal, translucide, d'un blanc laiteux, du reste de la chaîne.

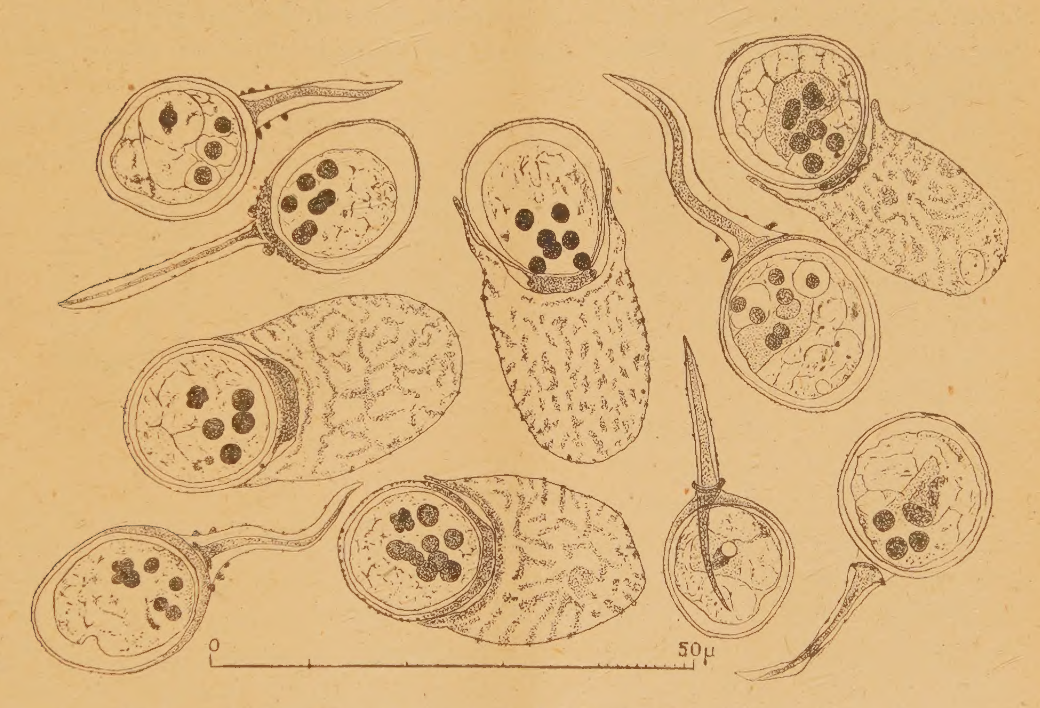
L'examen microscopique me montra que, dans ces parties d'aspect différent, mais dans ces parties seulement, les organes du Cestode étaient détruits, ou en voie de dégénérescence. Les tissus médullaires étaient infiltrés par un Protozoaire parasite ayant envahi le parenchyme et détruit les glandes génitales, amenant une castration parasitaire totale : testicules, vitellogènes, ovaire, utérus, œufs, étaient remplacés par le pullulement d'un microorganisme que je rapporte à la classe des Sporozoaires et provisoirement à la sous-classe des Haplosporidies, attendant de pouvoir préciser ses affinités. Lorsque, en 1941 (¹), j'ai signalé la découverte de cet hyperparasite, je l'ai attribué au genre *Urosporidium* (M. Caullery et F. Mesnil 1905); je le désigne ici sous le nom d'*Urosporidium Charletyi*, n. sp. (²), mais son attribution à ce genre doit être considérée comme provisoire.

Sur coupes colorées à l'hématoxyline ferrique, ce protiste énigmatique mesure de 36 à 40$^{\mu}$ de long sur 17 à 19$^{\mu}$ de large et apparaît comme composé de deux parties : une spore et un appendice. La spore, subsphérique, avec

(¹) Robert-Ph. Dollfus, *Titres et Travaux scientifiques*, Paris, 1941, 4°, p. 34.

(²) En l'honneur de M. Sébastien Charléty, Membre de l'Institut, qui, Recteur de l'Université de Paris, accorda toutes facilités au Professeur Émile Brumpt pour la fondation de la Station expérimentale de l'Institut de Parasitologie, au Domaine universitaire de Richelieu (Indre-et-Loire).

un diamètre d'environ 16µ,5 (15 à 17µ), ou parfois ovale (15 × 18µ), a une paroi épaisse de moins de 1µ, sauf à son pôle postérieur (par lequel elle est en contact avec l'appendice), où l'épaisseur peut dépasser 1µ. La surface sporale externe présente de très fines granulations en relief. Dans son épaisseur, la paroi sporale apparaît claire, sauf à son pôle postérieur, obscurci par de fines granulations noires. A l'intérieur de la spore, se trouve une masse protoplasmique réticulée, qui n'est pas en conctact avec la paroi; elle contient de gros grains sphériques, irrégulièrement disposés, dont le diamètre est



Sporozoaire parasite de *Catenotænia dendritica* (Gœze) de *Sciurus vulgaris* L.
Richelieu (Indre-et-Loire).

Sporozoaire énigmatique hyperparasite chez *Catenotænia dendritica* (Gœze) de l'Écureuil, d'après une coupe colorée à l'hématoxyline ferrique. Quatre individus sont vus suivant des sections tangentielles ou frontales et six suivant des sections plus ou moins sagittales.

d'environ 2µ; ils se colorent intensément en noir par l'hématoxyline et semblent constitués par de la chromatine; sur une même coupe de spore, j'en ai compté jusqu'à 19. Parfois le réticulum cytoplasmique paraît se condenser autour de quelques-uns de ces grains, donnant une vague apparence de cellules munies chacune de leur noyau.

L'appendice est plat, linguiforme, large de 14 à 18µ, long d'environ 18µ sur la ligne médiane; son bord antérieur présente une concavité où s'insère la spore, ses deux bords latéraux se prolongent antérieurement chacun par une lanière; celles-ci s'avancent de part et d'autre de la spore, l'embrassant en partie. La surface de cet appendice linguiforme est ornée de granulations en

relief, colorées en noir, formant des dessins irréguliers; quelques-unes de ces granulations, volumineuses, apparaissent sur des coupes sagittales comme de fortes saillies à proximité de l'attache avec la spore; peut-être ces saillies sont-elles annulaires. Dans l'épaisseur de l'appendice se trouve une lame intermédiaire aux faces; elle présente antérieurement, au niveau de son union avec la spore, un élargissement qui se colore avec intensité en noir et paraît, vu de face, former en quelque sorte un segment intermédiaire.

Tous les individus que j'ai rencontrés sont au même stade; je n'ai pas, jusqu'à présent, observé de stades de division, ni de stades plus jeunes ou plus âgés, et je ne puis rien présumer du cycle évolutif ni du mode d'infestation de l'hôte.

Ce Sporozoaire, à ce stade, ne peut entrer dans aucun genre connu, mais je préfère ne pas proposer pour lui un genre nouveau tant que je n'aurai pas obtenu de nouveaux renseignements sur sa biologie et sa morphologie.

La séance est levée à $15^{h}30^{m}$.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 26 juillet 1943.)

Note de M. *Guy Littaye*, Sur une théorie de la pulvérisation des jets liquides :

Page 100, ligne 9, *au lieu de* proportionnelle au diamètre du jet, *lire* proportionnelle à la racine carrée du diamètre du jet.

Page 99, légende de la figure, omise à la mise en pages : Domaine d'existence des trois régimes de résolution. I, guttation; II, pulvérisation; III, atomisation.